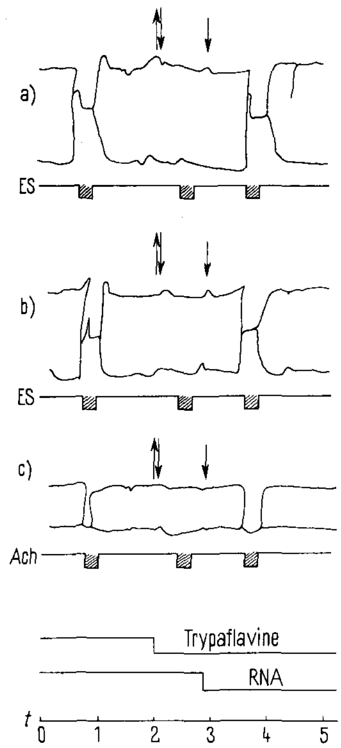

Riassunto. La tripaflavina, quale complessante in vivo degli acidi nucleici e dei nucleotidi, è capace di bloccare al livello delle sinapsi neuromiocardiche l'effetto del vago. Viene presa in considerazione la possibilità che l'RNA possa essere in qualche maniera implicato nella trasmissione sinaptica, in particolare, nel meccanismo d'azione dell'acetilcolina.

P. VOLPE

International Laboratory of Genetics and Biophysics, Naples (Italy), April 25, 1966.

Fig. 2. Interruption of the trypaflavine effect by RNA. The kymograms show that the effect of the trypaflavine disappears when RNA is added to the Ringer's solution. The blocking of heart rhythm by the vagus was brought about in 3 ways: (a) electrical stimulation of the sensory area of the splanchnic nerve; (b) electrical stimulation of the nuclei of the vagus; (c) acetylcholine. In all 3 cases note that stimulation of the vagus no longer blocks the heart rhythm after perfusion with trypaflavinated Ringer's solution (as in I); whereas the addition of RNA alone causes the blockage to reappear (ES = electrostimulation, solenoids 14 cm apart; TR = trypaflavine $1.0 \cdot 10^{-4} M$ in Ringer's solution; RNA = 10 O.D.$_{260}$/ml added; t = time in min).

THEORIA

Beitrag zur Theorie der konvexen Bereiche der euklidischen Ebene

A. Ein ebener konvexer Bereich wird charakterisiert durch folgende Masszahlen: Breite in der Richtung φ, $b(\varphi)$; Dicke, Δ, kleinste Breite; Durchmesser, D, grösste Breite; Umfang oder Länge, L; Flächeninhalt, F. Bei konvexen Bereichen konstanter Breite fallen Dicke und Durchmesser zusammen.

Es lassen sich nun die mannigfachsten Extremalprobleme aufstellen, die auf Ungleichungen zwischen den beteiligten Masszahlen führen. Je nach der Zahl der beteiligten Masszahlen unterscheiden wir Probleme der Stufen I, II, III.

B. Die Probleme der Stufe I sind restlos gelöst. Am wenigsten bekannt dürften folgende Ungleichungen sein:

$$\frac{\sqrt{3}}{3}\Delta^2 \le F < \infty . \qquad (1)$$

(Gleichheitszeichen nur für das *gleichseitige Dreieck* mit 3 Höhen Δ)

$$\frac{b^2}{2}(\pi - \sqrt{3}) \le F \le \frac{b^2}{4}\pi . \qquad (2)$$

(Gleichheitszeichen links nur für das *reguläre Kreisbogendreieck*, rechts nur für den Kreis)

Gleichseitiges Dreieck und *reguläres Kreisbogendreieck* spielen in den folgenden Ausführungen eine ausschlaggebende Rolle.

C. In den Problemen der Stufe II sind alle Maxima von F und die Extrema von $L(\Delta, D)$ bekannt. Betreffend Minima von F existieren drei Lücken, nämlich:

$$F_1 \le F \le \frac{\Delta}{2}\sqrt{D^2-\Delta^2} + \frac{D^2}{2}\arcsin\left(\frac{\Delta}{D}\right); \quad \left[\frac{\sqrt{3}}{2} D < \Delta \le D\right] \qquad (3)$$

$$F_1 \le F \le \frac{\Delta L}{2} - \frac{\Delta^2}{4}\pi; \quad [\pi\Delta \le L < 2\sqrt{3}\,\Delta] \qquad (4)$$

$$F_1 \le F \le F_2; \quad [3\,D < L \le \pi D] \qquad (5)$$

(F_2 wird im ganzen Intervall $2\,D \le L \le \pi D$ durch die «*symmetrische Linse*»[1] realisiert.)

D. Es ist nun leicht einzusehen, dass in den Problemen (3)–(5) die unbekannte Extremalfigur einer Schar von zulässigen Bereichen angehören muss, die zwischen den in *B* genannten Extremalbereichen interpoliert. Es ist insbesonders das *reguläre Kreisbogendreieck* als letztes Glied der Kette durchwegs extremal[2].

E. Im Problem (3) vermute ich, dass die noch unbekannte Extremalfigur folgendermassen konstruiert werden kann: In den Eckpunkten eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seite D errichtet man je einen Kreisbogen mit Radius Δ, wobei Δ grösser als die Höhe, aber kleiner als die Seite des Dreiecks ist. Sodann bildet man von den Eckpunkten aus mit 6 Tangentenstrecken die konvexe Hülle der drei Bogen[3].

[1] Durchschnitt zweier gleich grosser Kreise mit Durchmesser D und Randlänge L.

[2] Die Extremaleigenschaft des regulären Kreisbogendreiecks ist bis jetzt übersehen worden.

[3] Hier ist die Vermutung neu. Für das Problem (4) ist sie bereits von YAMANOUTI ausgesprochen worden.

Für die mutmassliche Extremalfigur berechnet man:

$$F = \frac{D^2}{2}\left[6\sin\varphi\cos\varphi + 6\cos^2\varphi\left(\frac{\pi}{6} - \varphi\right) - \sqrt{3}\right]$$
$$\Delta = D\cos\varphi \qquad \left(0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}\right) \tag{6}$$

oder nach Elimination des Parameters:

$$F = 3\,\Delta\sqrt{D^2 - \Delta^2} + 3\,\Delta^2\left(\frac{\pi}{6} - \arccos\frac{\Delta}{D}\right) - \frac{D^2}{2}\sqrt{3}$$
$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\,D \leq \Delta \leq D\right). \tag{7}$$

F wächst monoton mit Δ. Die beiden Grenzfälle sind mit eingeschlossen.

F. Dieselbe Vermutung besteht im Problem (4). Hier berechnet man:

$$F = \frac{\Delta^2}{2}\left[6\,\mathrm{tg}\varphi + 6\left(\frac{\pi}{6} - \varphi\right) - \sqrt{3}\sec^2\varphi\right]$$
$$L = 3\,\Delta\left[2\,\mathrm{tg}\varphi + \frac{\pi}{3} - 2\,\varphi\right]. \tag{8}$$
$$\left(0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}\right)$$

Im Gegensatz zu (6) bleibt hier Δ konstant, und F nimmt monoton ab, wenn L zunimmt. Im vollen Intervall $\pi\Delta \leq L_1 \leq 2\sqrt{3}\,\Delta \leq L_2 < \infty$ verhält sich also F *nicht monoton*[4].

G. Im Problem (5) hat sich folgende, vorläufig teilweise bewiesene Vermutung die Minimalbereiche betreffend aufgedrängt[5]:

Man geht aus von einem regulären Kreisbogendreieck mit Durchmesser D. Auf jedem seiner drei Bogen lässt man von der Ecke aus einen Punkt bis zur Bogenmitte wandern und verbindet ihn mit den zwei Nachbarecken. Es entsteht eine einparametrige Schar von Sechsecken, die der Ursprungsfigur einbeschrieben sind. Dieses Konstruktionsprinzip wird unaufhörlich durchgeführt, und man erhält eine *abzählbar unendliche Folge von Minimalbereichen*, die vom gleichseitigen Dreieck über das reguläre Sechseck, Zwölfeck usw. zum regulären Kreisbogendreieck führt. Man berechnet:

$$F = \frac{\mathrm{cotg}\,(\pi/6\cdot 2^n)}{6\cdot 2^n}\,L^2 - \frac{D^2}{2}\left[3\cdot 2^n\sin\left(\frac{\pi}{3\cdot 2^n}\right) + \sqrt{3}\right]$$
$$\left[3\cdot 2^n\sin\left(\frac{\pi}{3\cdot 2^n}\right)D \leq L \leq 3\cdot 2^{n+1}\sin\left(\frac{\pi}{3\cdot 2^{n+1}}\right)D\right] \tag{9}$$
$$n = 1, 2, 3\,\ldots$$

und für den Spezialfall $n = 1$:

$$F = \frac{2+\sqrt{3}}{12}\,L^2 - \frac{D^2}{2}\,(3+\sqrt{3})$$
$$3\,D \leq L \leq 6\sqrt{2-\sqrt{3}}\;D = 3{,}1056\ldots D. \tag{10}$$ [6]

H. *Beweisschema.* (a) Zunächst beschränkt man sich auf Polygone beliebig hoher Eckenzahl. Ist der Extremalbereich ein Polygon endlicher Eckenzahl, so kann wegen der Möglichkeit der *Approximation krummlinig begrenzter Bereiche durch Polygone* die Gültigkeit der Aussage auf die allgemeinsten zulässigen Bereiche ausgedehnt werden. (b) Durch alleinige Anwendung des elementargeometrischen Satzes über Dreiecke von gleicher Grundlinie und gleicher Höhe wird gezeigt, dass keine Ecken der extremalen Polygone im Innern des Kreisbogendreiecks liegen können. (c) Man benützt die Funktionale

$$\Phi_n \equiv 12\,n\,F - \mathrm{cotg}\left(\frac{\pi}{12\,n}\right)L^2 + 6\,n\left[6\,n\sin\left(\frac{\pi}{6\,n}\right) + \sqrt{3}\right]D^2 \tag{11}$$ [7]
$$n = 2^m \qquad m = 0, 1, 2\,\ldots$$

nebst ihren ersten Ableitungen.

$$\dot{\Phi}_n = 12\,n\,\dot{L}\left[\frac{dF}{dL} - \frac{\mathrm{cotg}\,(\pi/12\,n)}{12\,n}\,2\,L\right]. \tag{12}$$ [8]
$$\cdot = \frac{d}{dt}$$

Einsetzen aller in Betracht kommenden Vergleichsbereiche zeigt, dass Φ_n höchstens positiv semidefinit ausfällt.

Der Beweis konnte geleistet werden: (a) Für die Klasse aller dem regulären Kreisbogendreieck einbeschriebenen Polygone, insbesonders für die Teilklasse aller derartigen Polygone, welche die drei Ecken des Kreisbogendreiecks besetzen. (b) Für alle Bereiche, welche zudem Stücke der Kreisbogen enthalten (Kreissektoren mit eingeschlossen). (c) Für alle unter (a) und (b) aufgezählten Bereiche, welche analog einem regulären Kreisbogenpolygon (ungerade Eckenzahl) einbeschrieben sind (inklusive Kreis als Grenzfall).

Der Beweis ist noch zu erbringen für alle «irregulären Bereiche». Sollte sich herausstellen, dass man nach Eckenzahl fortschreiten muss, so wird es sehr schwer halten, den Beweis zu vervollständigen.

J. Im einzigen Problem der Stufe III ist das Maximum von F bekannt, das Minimum unbekannt. Es besteht die begründete Vermutung, dass die Minimalbereiche Polygone derselben Art wie im Problem (5) der Stufe II sind. Im einfachsten Spezialfall $\Delta = D/2\sqrt{3}$ [9] ist es so gut wie sicher, dass man in den Lösungspolygonen (9) einen Bogen des Kreisbogendreiecks durch die Seite D des gleichseitigen Dreiecks zu ersetzen hat. Die Eckenzahl nimmt dann von 3 an zu gemäss

$$Z = 3 + 2(2^{n-1} - 1) = 1 + 2^n. \tag{13}$$
$$n = 1, 2, 3\,\ldots$$

Summary. The theory of plane convex domains contains some gaps. The present paper contains an exposition, 3 conjectures, one of which is new, as well as partial proofs of the latter conjecture[10].

H. BIERI

Vereinsweg 19, Bern (Schweiz), 13. April 1966.

[4] Ein ungewöhnliches Vorkommnis!

[5] Diese Vermutung ist neu.

[6] Der Fall $n = 1$ erschöpft demnach schon fast das ganze Restintervall.

[7] Man berechnet noch $\lim\limits_{n\to\infty} \Phi_n \to 2\,\pi\,F - 2\,L^2 + \pi\,(\pi + \sqrt{3}\,)\,D^2$.

[8] Man wählt einparametrige Bereichscharen mit dem Parameter t derart, dass $L(t)$ und $F(t)$ monoton wachsen.

[9] Der Spezialfall $\Delta = D$ ist wegen Übereinstimmung aller zulässigen Vergleichsbereiche in L trivial und erledigt sich gemäss (2).

[10] J. BONNESEN und W. FENCHEL, *Theorie der konvexen Körper* (1948), § 10, p. 74; p. 43–45; auf p. 45 sind alle Originalarbeiten aufgeführt.